

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ نکته: در محلی که فشار هوای محیط P_0 است، می‌دانیم فشار کل در عمق h درون مایعی با چگالی ρ برابر است با: $P = P_0 + \rho gh$
 در این رابطه بسیار دقت کنیم اگر ρ بر حسب $\frac{kg}{m^3}$ و h بر حسب m باشد ($g \rightarrow \frac{N}{kg}$ هست!)، آنگاه ρgh بر حسب Pa محاسبه خواهد شد:

$$\rho gh \rightarrow \frac{kg}{m^3} \times \frac{N}{kg} \times m = \frac{N}{m^2}$$

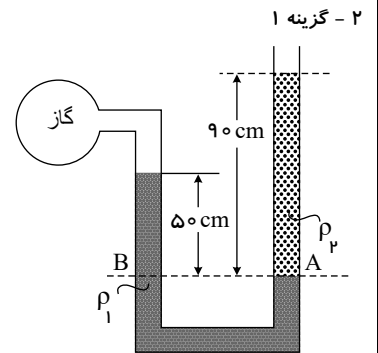
$$P_0 = 1,026 \times 10^5 Pa$$

$$h_1 = 10 cm = 0,1 m \rightarrow P_1 = P_0 + \rho gh_1$$

$$h_2 = 53 cm = 0,53 m \rightarrow P_2 = P_0 + \rho gh_2$$

$$P_2 = 1,5 P_1 \rightarrow \rho \times 10 \times (0,53) + 1,026 \times 10^5 = 1,5 [\rho \times 10 \times 0,1 + 1,026 \times 10^5] \rightarrow \rho = 13500 \frac{kg}{m^3} = 13,5 \frac{g}{cm^3}$$

$$\begin{cases} \rho_1 = 1,2 \frac{g}{cm^3} \\ \rho_2 = 1 \frac{g}{cm^3} \end{cases}$$

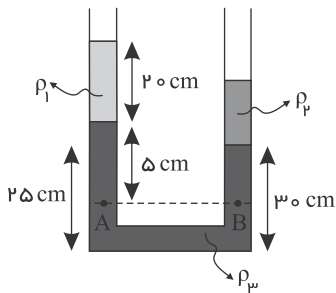


$$P_B = P_A \Rightarrow P_{gas} + \rho_1 gh_1 = P_0 + \rho_2 gh_2$$

$$P_{gas} - P_0 = \rho_2 gh_2 - \rho_1 gh_1 \Rightarrow P_{gas} - P_0 = 1000 \times 10 \times 0,9 - 1200 \times 10 \times 0,5 \Rightarrow P_{gas} - P_0 = 9000 - 6000 = 3000 Pa$$

۳ - گزینه ۱

در ابتدا با استفاده از اصل هم‌ترازی نقاط هم‌فشار در یک مایع، حاصل ضرب ρh و بعد از آن جرمش را محاسبه می‌کنیم.



$$P_A = P_B \rightarrow \rho_1 h_1 + \rho_p h_2 = \rho_p h_3 \rightarrow 0,8 \times 20 + 2,4 \times 5 = \rho_p A_p h_p \rightarrow \rho_p A_p h_p = 28$$

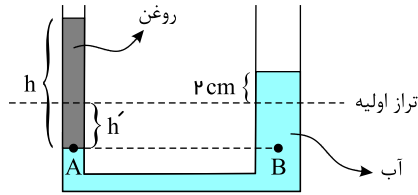
و برای تعیین جرم داریم:

$$m_p = P_p V_p = \rho_p A_p h_p = 28 \times 2 \rightarrow 56 g$$

۴ - گزینه ۲ یکای فشار در SI با نام مختصر پاسکال Pa معرفی شده که بر حسب یکاهای اصلی SI به صورت زیر است:

$$P = \frac{F}{A} \rightarrow \frac{ma}{A} \rightarrow [P] = \frac{kg \cdot \frac{m}{s^2}}{m^2} \rightarrow [P] = \frac{kg}{m \cdot s^2}$$

۵ - گزینه ۲ ابتدا شکلی متناسب با خواسته‌های مسئله رسم می‌کنیم. می‌دانیم که مقدار حجمی از آب که در لوله سمت راست بالا رفته است، برابر با مقدار حجمی از آب است که در لوله سمت چپ پایین رفته است.



$$\frac{A_r}{A_1} = \left(\frac{r_r}{r_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{A_r}{1} = \left(\frac{r}{1}\right)^2 \Rightarrow A_r = r^2 cm^2$$

$$V = Ah \Rightarrow A_r h_r = A_1 h' \Rightarrow r^2 \times 2 = 1 \times h' \Rightarrow h' = 4 cm$$

حال با استفاده از اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز در یک مایع، برای نقاط A و B داریم: (عمق نقطه B از سطح مایع برابر $h' + 2 cm$ است.)

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{روغن} h = \rho_{آب} (h' + 2) \Rightarrow 0.8 \times h = 1 \times (4 + 2) \Rightarrow h = 7.5 cm$$

در نهایت جرم روغن اضافه شده را حساب می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{V=Ah} m = \rho Ah \xrightarrow{\rho=0.8 \frac{g}{cm^3}, A=1 cm^2, h=7.5 cm} m = \frac{8}{10} \times 1 \times 7.5 = 6 g$$

۶ - گزینه ۴ می‌دانیم که برای اجسام منشوری، برای محاسبه فشار، علاوه بر فرمول $P = \frac{F}{A}$ ، می‌توانیم از رابطه $P = \rho gh$ نیز استفاده کنیم. ارتفاع مکعب برابر a و ارتفاع استوانه برابر h است:

$$P_{مکعب} = P_{استوانه}$$

$$(\rho gh)_{مکعب} = (\rho gh)_{استوانه} \Rightarrow \frac{\pi}{V_{مکعب}} h_{مکعب} = \frac{\pi}{V_{استوانه}} h_{استوانه} \Rightarrow \frac{1}{a^3} \times a = \frac{1}{\pi r^2 h} \times h \Rightarrow \frac{1}{a^2} = \frac{1}{\pi r^2} \Rightarrow \left(\frac{a}{r}\right)^2 = \pi \Rightarrow \frac{a}{r} = \sqrt{\pi}$$

۷ - جرم و V را حجم آلیاژ فرض می‌کنیم m گزینه ۱:

$$m_B = \frac{25}{100} m \rightarrow m_B = \frac{1}{4} m, \quad m_A = \frac{3}{4} m$$

$$V_A = \frac{20}{100} V \rightarrow V_A = \frac{1}{5} V, \quad V_B = \frac{4}{5} V \rightarrow \rho = \frac{m}{V} \rightarrow \frac{\rho_T}{\rho_A} = \frac{m_T}{m_A} \times \frac{V_A}{V_T} = \frac{m}{\frac{3}{4} m} \times \frac{\frac{1}{5} V}{\frac{4}{5} V} = \frac{4}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{4}{15}$$

۸ - گزینه ۲ طبق اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز در یک مایع برای نقاط A و B داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = \rho gh + P_{گز} \xrightarrow{P_{گز} = P_0 - \rho gh} P_{گز} - P_0 = -\rho gh \Rightarrow \text{فشار پیمانه‌ای} = -850 \times 10 \times \frac{1}{10} = -6800 Pa$$

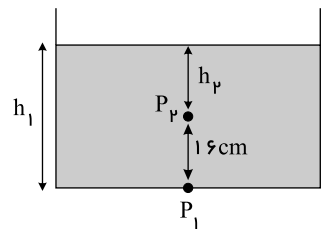
۹ - گزینه ۱ میدان الکتریکی، مقاومت الکتریکی و چگالی و کار و تندی همگی کمیت فرعی‌اند اما جریان الکتریکی کمیتی اصلی است. میدان الکتریکی کمیتی برداری است اما جزء کمیت‌های فرعی‌اند.

کمیت‌های اصلی عبارتند از: طول، جرم، زمان، دما، مقدار ماده، جریان الکتریکی و شدت روشنایی.

۱۰ - گزینه ۳

$$V = Ah \Rightarrow h_1 = \frac{V}{A} \Rightarrow h_1 = \frac{2000}{50} = 40 cm$$

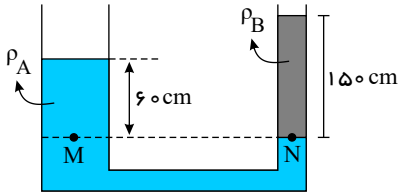
$$h_r = 40 - 16 = 24 cm$$



$$P = \rho gh \Rightarrow \frac{P_1}{P_r} = \frac{\rho gh_1}{\rho gh_r} \Rightarrow \frac{P_1}{P_r} = \frac{h_1}{h_r}$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{P_r} = \frac{40}{24} = \frac{5}{3}$$

۱۱ - گزینه ۲ با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز داریم:



$$P_M = P_N \Rightarrow P_o + \rho_A g h_A = P_o + \rho_B g h_B \xrightarrow{h_B = 150 \text{ cm}} \rho_A = 3,5 \frac{g}{cm^3}, h = 60 \text{ cm}$$

$$3,5 \times 60 = \rho_B \times 150 \Rightarrow \rho_B = 1,4 \frac{g}{cm^3}$$

۱۲ - گزینه ۲ چون حجم الکل و روغن داخل ظرف برابر پس طبق رابطه $\rho = \frac{m}{v}$ داریم:

$$\rho = \frac{m}{v} \Rightarrow v = \frac{m}{\rho} \Rightarrow \frac{v_{\text{الکل}}}{v_{\text{روغن}}} = \frac{m_{\text{الکل}}}{m_{\text{روغن}}} \times \frac{\rho_{\text{روغن}}}{\rho_{\text{الکل}}} \Rightarrow 1 = \frac{m_{\text{الکل}}}{m_{\text{روغن}}} \times \frac{0,4}{0,8} \Rightarrow \frac{m_{\text{الکل}}}{m_{\text{روغن}}} = 2 \Rightarrow m_{\text{الکل}} = 2m_{\text{روغن}} \quad (I) \begin{cases} m_{\text{ظرف}} + m_{\text{الکل}} = 240 \\ m_{\text{ظرف}} + m_{\text{الکل}} = 210 \end{cases}$$

$$\frac{m_{\text{الکل}}}{m_{\text{روغن}}} = 2 \Rightarrow 2m_{\text{روغن}} - m_{\text{ظرف}} = 30 \rightarrow 2m_{\text{روغن}} - m_{\text{روغن}} = 30 \Rightarrow m_{\text{روغن}} = 30 \text{ g}$$

$$m_{\text{ظرف}} + m_{\text{روغن}} = 210 \rightarrow m_{\text{ظرف}} = 210 - m_{\text{روغن}} = 210 - 30 = 180 \text{ g}$$

با توجه به رابطه چگالی حجم روغن را حساب می‌کنیم چون $v_{\text{ظرف}} = v_{\text{روغن}}$:

$$\rho_{\text{روغن}} = \frac{m_{\text{روغن}}}{v_{\text{روغن}}} \rightarrow 0,4 = \frac{30}{v_{\text{روغن}}} \rightarrow v_{\text{روغن}} = 75 \text{ cm}^3 \rightarrow v_{\text{ظرف}} = 75 \text{ cm}^3$$

حال چگالی ظرف را پیدا می‌کنیم:

$$\rho_{\text{ظرف}} = \frac{m_{\text{ظرف}}}{v_{\text{ظرف}}} \Rightarrow \rho_{\text{ظرف}} = \frac{180}{75} = 2,4 \frac{g}{cm^3} \times \frac{1 \text{ cm}}{10^{-3} \text{ L}} = 2400 \frac{g}{L}$$

۱۳ - گزینه ۱ اگر ۳۰ درصد از حجم شکل ظاهری جسم را فلز تشکیل داده باشد، حجم حفره، ۷۰ درصد شکل ظاهری جسم است. یعنی:

$$V_{\text{حفره}} = 0,7 V_{\text{ظاهری}} \xrightarrow{V_{\text{حفره}} = 84 \text{ cm}^3} 84 = 0,7 V_{\text{ظاهری}} \rightarrow V_{\text{ظاهری}} = 120 \text{ cm}^3$$

حال حجم واقعی فلز، یعنی حجم ماده‌ای که برای ساختن جسم به کار رفته را محاسبه می‌کنیم:

$$V_{\text{واقعی}} = 0,3 V_{\text{ظاهری}} = 0,3 \times 120 \rightarrow V_{\text{واقعی}} = 36 \text{ cm}^3$$

حال طبق رابطه چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{v_{\text{واقعی}}} \Rightarrow \rho = \frac{270}{36} = 7,5 \frac{g}{cm^3}$$

۱۴ - گزینه ۱ با استفاده از اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز در یک مایع، فشار گاز را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{گاز}} = \rho_1 g h_1 + P_o \Rightarrow P_{\text{گاز}} = 10000 \times 10 \times \frac{1}{10} + 100000 = 110000 \text{ Pa}$$

حال فشار در نقطه M را به دست می‌آوریم:

$$P_M = \rho_2 g h_2 + P_{\text{گاز}} \Rightarrow P_M = 1500 \times 10 \times 6 + 110000 = 90000 + 110000 = 200000 \text{ Pa} = 200 \text{ kPa}$$

۱۵ - گزینه ۴ در اینجا برای پیدا کردن جرم نقره به کار رفته، باید حجم آن را محاسبه کنیم. برای این منظور به صورت زیر عمل می‌کنیم. حجم کل مجموعه، یعنی مجموع حجم نقره و طلا، ۵ سانتی‌متر مکعب است، پس در ابتدا یک معادله به صورت زیر می‌سازیم:

$$V_{\text{کل}} = 5 = V_{\text{Ag}} + V_{\text{Au}}$$

از طرفی چون چگالی آلیاژ ساخته شده معلوم است، از رابطه مربوط به چگالی آلیاژ، رابطه دومی بین حجم‌های طلا و نقره به دست می‌آوریم. در نهایت با حل دستگاه دو معادله دو مجهولی، حجم نقره را یافته و... بنابراین داریم:

$$V_T = V_{\text{Ag}} = 10 \text{ cm}^3 \rightarrow V_{\text{Au}} = 10 - V_{\text{Ag}}$$

$$\rho_T = \frac{\rho_{\text{Ag}} V_{\text{Ag}} + \rho_{\text{Au}} V_{\text{Au}}}{V_{\text{Au}} + V_{\text{Ag}}} \rightarrow 15,4 = \frac{10 V_{\text{Ag}} + 19 V_{\text{Au}}}{10} \rightarrow 154 = 10 V_{\text{Ag}} + 19(10 - V_{\text{Ag}}) \rightarrow 154 = -9 V_{\text{Ag}} + 190 \rightarrow V_{\text{Ag}} = 4 \text{ cm}^3$$

$$m_{\text{Ag}} = \rho_{\text{Ag}} V_{\text{Ag}} = 10 \times 4 = 40 \text{ g}$$